

# Matematyka

## kl.VII

### Temat 1: Szacowanie pierwiastków

Do tej pory pierwiastki wyciągaliśmy, odgadyując, jaką liczbę należy podnieść do kwadratu.

Spróbujemy w ten sposób obliczyć  $\sqrt{2}$

#### Przykład 1

Znajdź dwie kolejne liczby o jednej cyfrze po przecinku, między którymi na osi liczbowej mieści się  $\sqrt{2}$

Na początek zauważmy, że  $\sqrt{2}$  mieści się między 1 a 2, bo:

$$1^2 = 1 \text{ – to mniej niż } 2, \text{ czyli za mało}$$

$$2^2 = 4 \text{ – to więcej niż } 2, \text{ czyli za dużo.}$$

Poszukajmy więc liczby z jednym miejscem po przecinku, która po podniesieniu do kwadratu byłaby zbliżona do 2. Obliczamy na kalkulatorze:

$$1,1^2 = 1,21 \text{ – za mało}$$

$$1,2^2 = 1,44 \text{ – za mało}$$

$$1,3^2 = 1,69 \text{ – za mało}$$

$$1,4^2 = 1,96 \text{ – troszeczkę za mało}$$

$$1,5^2 = 2,25 \text{ – za dużo}$$

**W takim razie  $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$**

#### Przykład 2

Znajdź dwie kolejne liczby o dwóch cyfrach po przecinku, między którymi na osi liczbowej mieści się  $\sqrt{2}$

W ten sam sposób możemy szukać kolejnych cyfr po przecinku, czyli coraz dokładniejszych przybliżeń liczby  $\sqrt{2}$ . Po odpowiednio długich obliczeniach stwierdzimy na przykład, że  $1,4142^2=1,99996164$  to nieco za mało, a  $1,4143^2=2,02863049$  to trochę za dużo, więc  $\sqrt{2}$  leży na osi liczbowej między 1,4142 a 1,4143

**Odpowiedź:  $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$**

Można udowodnić, że te próby nigdy się nie skończą: nie otrzymamy ułamka dziesiętnego, którego kwadrat jest równy 2. Nigdy też cyfry nie zaczną się powtarzać, czyli nie pojawi się okres, jak w przypadku ułamka  $1/3=0,333333\dots$

**Liczba wymierna to taka liczba, którą można zapisać w postaci ułamka zwykłego**

Oznacza to, że  $\sqrt{2}$  jest liczbą niewymierną. Pierwiastka z 2 nie da się więc zapisać prościej niż w postaci  $\sqrt{2}$ .

W obliczeniach możemy używać przybliżeń:

$\sqrt{2} \approx 1,4$  albo  $\sqrt{2} \approx 1,41$  albo  $\sqrt{2} \approx 1,414$  albo  $\sqrt{2} \approx 1,4142$   
albo  $\sqrt{2} \approx 1,41421356237309504880168872420969807856$

## Temat 2: Pierwiastek z iloczynu i z ilorazu

Dla  $a \geq 0$  zachodzą równości:

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

↑

Kwadrat pierwiastka równa się liczbie podpierwiastkowej.

Np.

$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$(\sqrt[3]{2})^3 = 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{0^2} = 0$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{dla } a, b \geq 0$$

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

↑

↑

pierwiastek  
z iloczynu

iloczyn  
pierwiastków

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{dla } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

↑

↑

pierwiastek  
z ilorazu

iloraz  
pierwiastków

**Przypominam, że każda równość jest prawdziwa w obie strony.**

Korzystając z tych wzorów, przekształcamy pierwiastki.

## Przykłady

$$\sqrt{25 \cdot 49} =$$

$$= \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} =$$

$$= 5 \cdot 7 =$$

$$= 35$$

Nie mnożę  $25 \cdot 49$  tylko obliczam osobno pierwiastki każdej z liczb.  
Stosuję wzór:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .

Zauważ, że gdybyśmy pomnożyli liczby podpierwiastkowe  $25 \cdot 49 = 1225$ , to trudno byłoby obliczyć  $\sqrt{1225}$ .  
Stosowanie podanych wyżej wzorów upraszcza rachunki.

$$\sqrt{100 \cdot 16} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{16} =$$

$$= 10 \cdot 4 = 40$$

Pierwiastek z iloczynu zapisuję jako iloczyn pierwiastków z czynników.

$$\sqrt{0,01 \cdot 0,36} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= 0,1 \cdot 0,6 = 0,06$$

$$\sqrt[3]{8 \cdot 125} =$$

$$= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} =$$

$$= 2 \cdot 5 = 10$$

Stosuję wzór:  $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$ .

Obliczam pierwiastki.

$$\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} =$$

$$= 3 \cdot 4 = 12$$

## Ważne!

Pierwiastki można przedstawiać w innej postaci, a mianowicie **wyłączając czynnik przed znak pierwiastka**.

(temat kolejny w przyszłym tygodniu: Wyłączanie liczby przed pierwiastek)

**Poniższe zadania proszę wykonać do 22 kwietnia 2020r.**

**Zadanie 1**

Z poniżej wymienionych pierwiastków z początkowych liczb naturalnych wypisz liczby wymierne:

$\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{16}, \sqrt{17}$

**Zadanie 2**

Między jakimi kolejnymi liczbami naturalnymi na osi liczbowej znajduje się  $\sqrt{53}$  ?

**Zadanie 3**

Między jakimi kolejnymi liczbami naturalnymi na osi liczbowej znajduje się  $\sqrt{78}$  ?

**Zadanie 4**

Między jakimi kolejnymi liczbami naturalnymi na osi liczbowej położone są podane liczby niewymierne

a)  $\sqrt{30}$

b)  $\sqrt{75}$

c)  $\sqrt{120}$

d)  $\sqrt{200}$