

Hiperbola

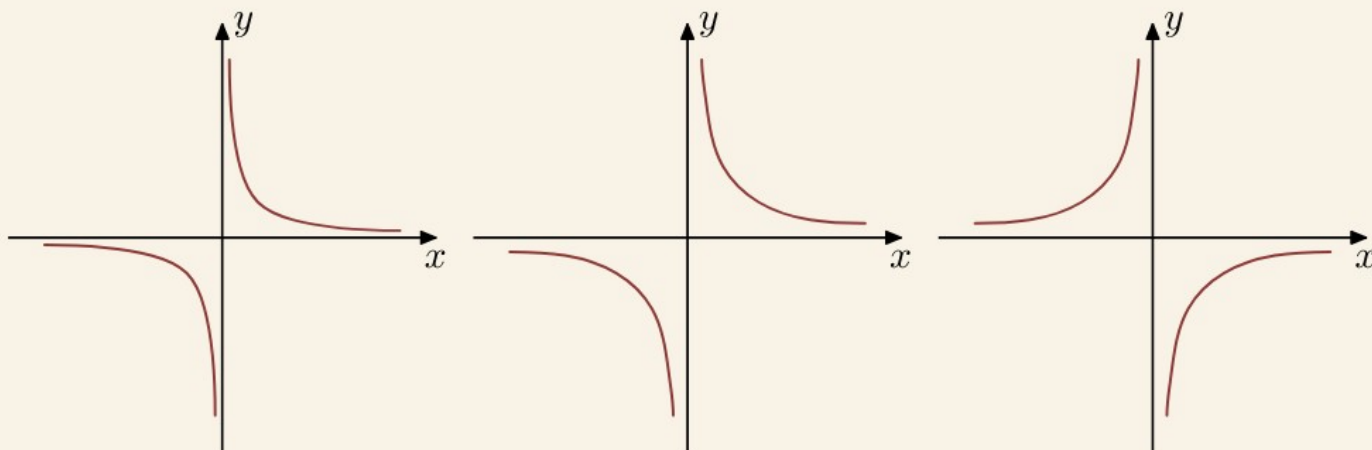
Przykłady prostych funkcji wymiernych.

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{2}{x}$$

$$y = \frac{-2}{x}$$

Wykres tych funkcji to hiperbola.



Asymptota to prosta do której wykres się zbliża, lecz jej nie dotyka.

Oś x to asymptota pozioma hiperboli na rysunkach.

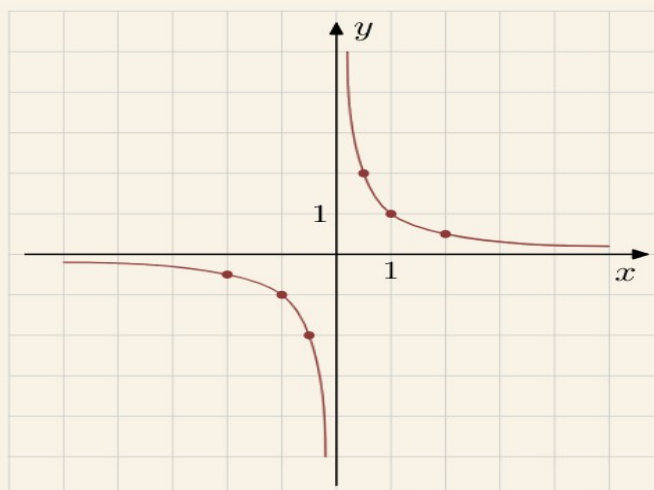
Oś y to asymptota pionowa hiperboli na rysunkach.

Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

$$y = \frac{1}{x}$$

Rozwiązanie:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$



Dziedzina

$$D = \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

Zbiór wartości

$$ZW = \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

Miejsce zerowe

nie ma

Monotoniczność

funkcja jest przedziałami monotoniczna
malejąca w przedziałach $(-\infty, 0)$ i $(0, \infty)$

Różnowartościowość

funkcja jest różnowartościowa

Parzystość

funkcja jest nieparzysta

Okresowość

funkcja nie jest okresowa

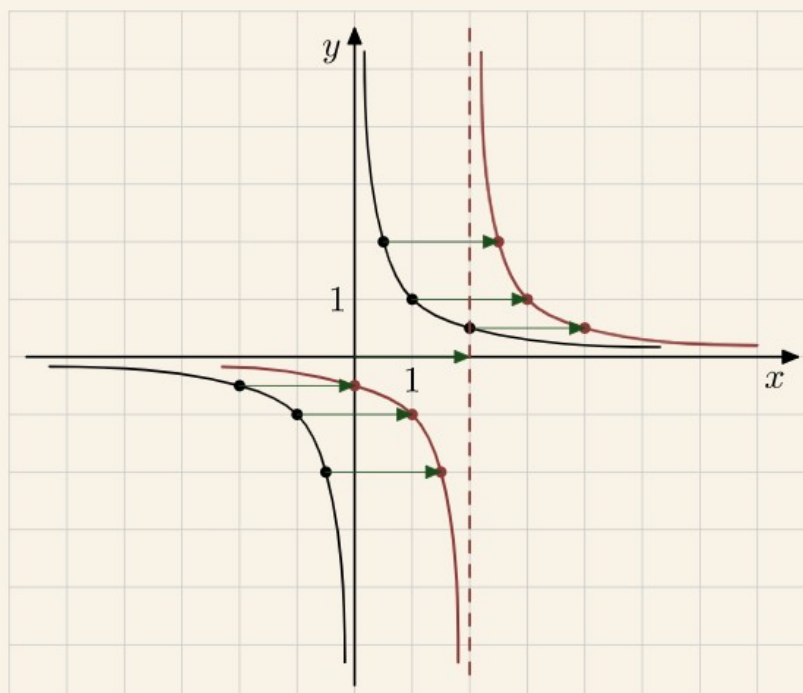
Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

$$y = \frac{1}{x-2}$$

Rozwiązanie:

Wykres $y = \frac{1}{x-2}$ otrzymuję przesuwając hiperbolę $y = \frac{1}{x}$ o 2 w prawo.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$



Dziedzina	$D = \mathbf{R} \setminus \{2\}$
Zbiór wartości	$ZW = \mathbf{R} \setminus \{0\}$
Miejsce zerowe	nie ma
Monotoniczność	funkcja jest przedziałami monotoniczna malejąca w przedziałach $(-\infty, 2)$ i $(2, \infty)$
Różnowartościowość	funkcja jest różnowartościowa
Parzystość	funkcja jest ani parzysta ani nieparzysta
Okresowość	funkcja nie jest okresowa

Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

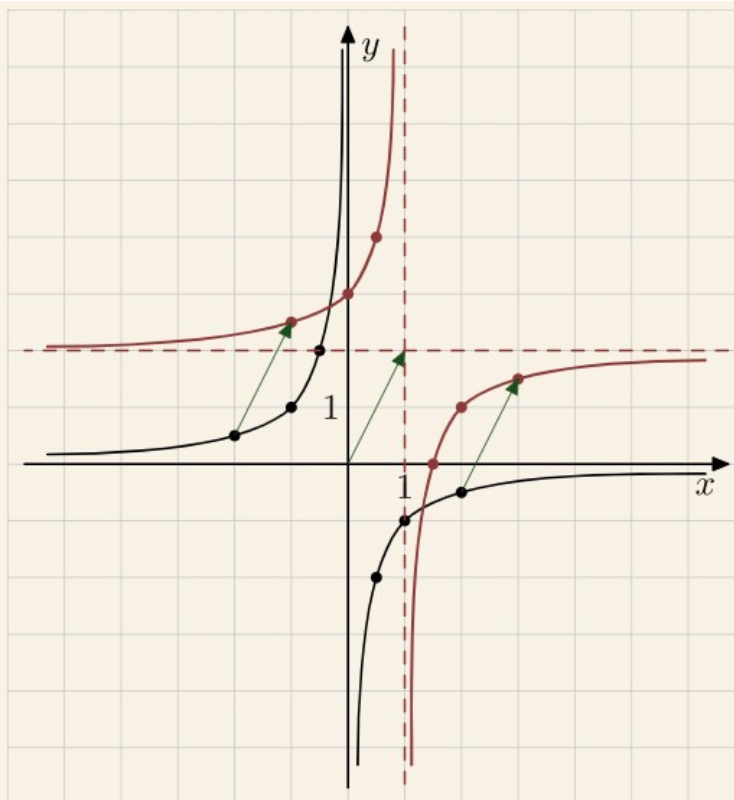
$$y = \frac{2x - 3}{x - 1}$$

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{2x - 3}{x - 1} = \frac{2(x - 1) + 2 - 3}{x - 1} = \frac{2(x - 1) - 1}{x - 1} = \frac{2(x - 1)}{x - 1} + \frac{-1}{x - 1} = \\
 &= 2 + \frac{-1}{x - 1} = \frac{-1}{x - 1} + 2
 \end{aligned}$$

Wykres $y = \frac{-1}{x - 1} + 2$ otrzymuję przesuwając hiperbolę $y = \frac{-1}{x}$ o 1 w prawo i 2 w górę.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{-1}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



Dziedzina

$$D = \mathbf{R} \setminus \{1\}$$

Zbiór wartości

$$ZW = \mathbf{R} \setminus \{2\}$$

Miejsce zerowe

$$x_0 = 1\frac{1}{2}$$

Monotoniczność

funkcja jest przedziałami monotoniczna
rosnąca w przedziałach $(-\infty, 1)$ i $(1, \infty)$

Różnowartościowość

funkcja jest różnowartościowa

Parzystość

funkcja jest ani parzysta ani nieparzysta

Okresowość

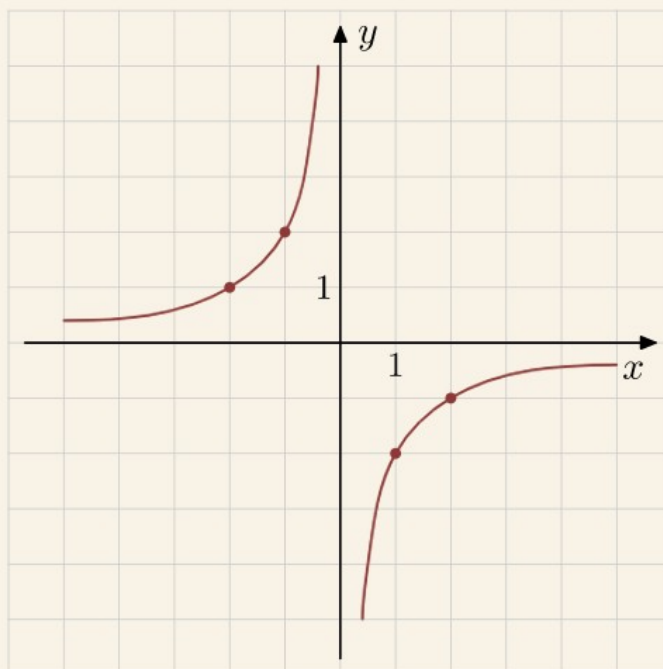
funkcja nie jest okresowa

Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

$$y = \frac{-2}{x}$$

Rozwiązanie:

x	-2	-1	1	2
$y = \frac{-2}{x}$	1	2	-2	-1



Dziedzina

$$D = \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

Zbiór wartości

$$ZW = \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

Miejsce zerowe

nie ma

Monotoniczność

funkcja jest przedziałami monotoniczna
rosnąca w przedziałach $(-\infty, 0)$ i $(0, \infty)$

Różnowartościowość

funkcja jest różnowartościowa

Parzystość

funkcja jest nieparzysta

Okresowość

funkcja nie jest okresowa

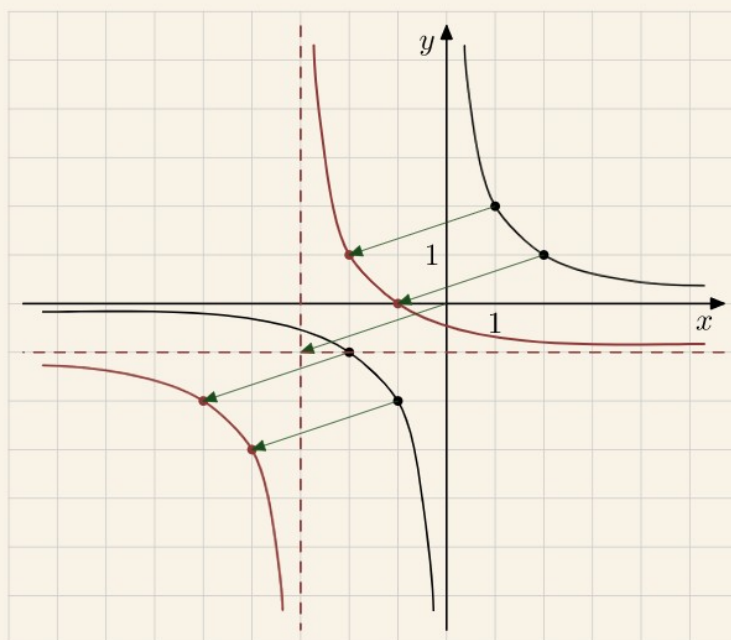
Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

$$y = \frac{2}{x+3} - 1$$

Rozwiązanie:

Wykres $y = \frac{2}{x+3} - 1$ otrzymuję przesuwając hiperbolę $y = \frac{2}{x}$ o 3 w lewo i 1 w dół.

x	-2	-1	1	2
$y = \frac{2}{x}$	-1	-2	2	1



Dziedzina

$$D = \mathbf{R} \setminus \{-3\}$$

Zbiór wartości

$$ZW = \mathbf{R} \setminus \{-1\}$$

Miejsce zerowe

$$x_0 = -1$$

Monotoniczność

funkcja jest przedziałami monotoniczna
malejąca w przedziałach $(-\infty, -3)$ i $(-3, \infty)$

Różnowartościowość

funkcja jest różnowartościowa

Parzystość

funkcja jest ani parzysta ani nieparzysta

Okresowość

funkcja nie jest okresowa

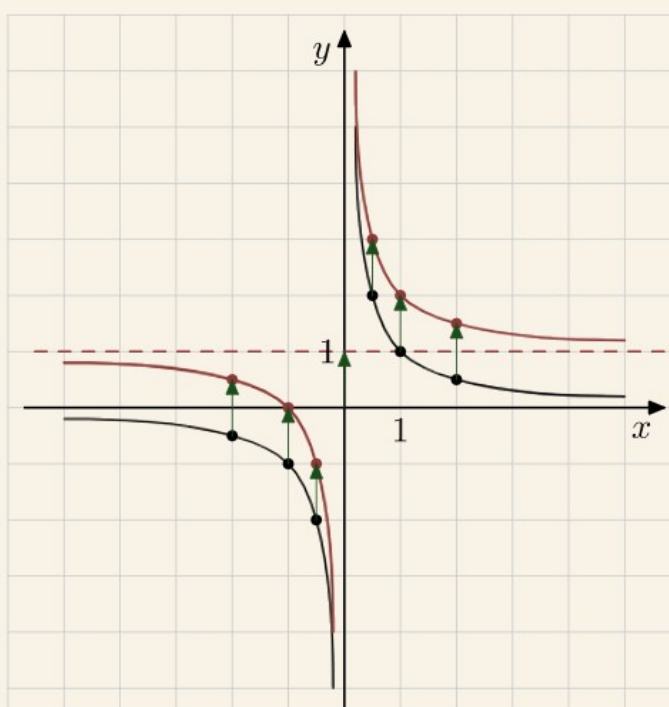
Narysuj wykres funkcji i wypisz jej własności:

$$y = \frac{1}{x} + 1$$

Rozwiązanie:

Wykres $y = \frac{1}{x} + 1$ otrzymuję przesuwając hiperbolę $y = \frac{1}{x}$ o 1 do góry.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$



Dziedzina

$$D = \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

Zbiór wartości

$$ZW = \mathbf{R} \setminus \{1\}$$

Miejsce zerowe

$$x_0 = -1$$

Monotoniczność

funkcja jest przedziałami monotoniczna
malejąca w przedziałach $(-\infty, 0)$ i $(0, \infty)$

Różnowartościowość

funkcja jest różnowartościowa

Parzystość

funkcja nie jest ani parzysta ani nieparzysta

Okresowość

funkcja nie jest okresowa